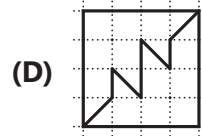
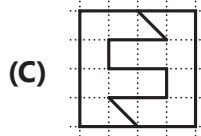
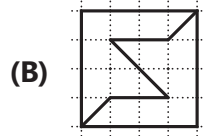
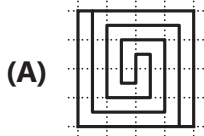
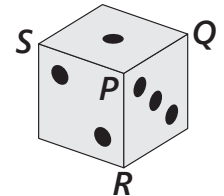


Problemas de 3 pontos

01. Qual dos quadrados é formado por duas partes diferentes?



02. A soma do número de pontos em faces opostas no dado da figura é 7. Nesse dado, o vértice **P** é comum às faces com 1, 2 e 3 pontos. Dizemos que a *soma de um vértice* é a soma do número de pontos nas faces que têm esse vértice comum. Por exemplo, a soma do vértice **P** é $1 + 2 + 3 = 6$. Qual é o maior valor dentre as somas dos vértices **Q**, **R** e **S**?



- (A) 7 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 15

03. Qual é o valor de $\frac{2 \times 0,24}{20 \times 2,4}$?

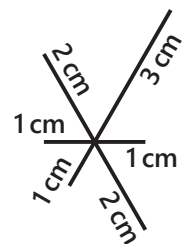
- (A) 0,01 (B) 0,1 (C) 1 (D) 10 (E) 100

04. Um jogo acontece da seguinte maneira: cada jogador pula em cada um dos quadrados com um pé ou dois pés. O jogador deve sempre repetir o seguinte procedimento: pé esquerdo, dois pés, pé direito, dois pés como na figura, que traz os primeiros quadrados do jogo. Quando Maria jogou, ela pisou em exatamente 48 quadrados. Quantas vezes o seu pé esquerdo tocou o chão?



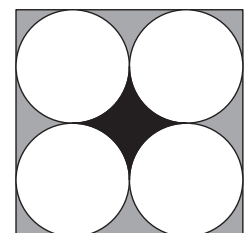
- (A) 12 (B) 24 (C) 36 (D) 40 (E) 48

05. Tim quer reproduzir a figura ao lado numa folha de papel, sem tirar o lápis da folha e com as medidas mostradas. Ele pode escolher qualquer ponto da figura para começar a desenhá-la. Qual é a menor distância, em centímetros, que o lápis deve percorrer para desenhar completamente essa figura?



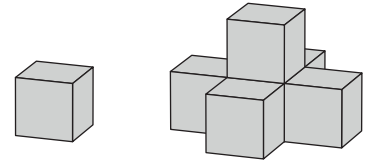
- (A) 14 (D) 17
(B) 15 (E) 18
(C) 16

06. A figura mostra um quadrado com 4 círculos iguais, cada um deles tocando 2 outros círculos e 2 lados do quadrado. Qual é a razão entre a área da região preta e a área da região cinza?



- (A) 1:4 (D) 3:4
(B) 1:3 (E) $\pi:1$
(C) 2:3

07. João faz uma sequência de estruturas sobre uma mesa. Ele começa com um cubo e monta a segunda estrutura da sequência adicionando 5 cubos que escondem as faces visíveis do cubo inicial, como mostrado. Qual é o menor número de cubos que João deve adicionar à segunda estrutura para esconder todas as suas faces visíveis?

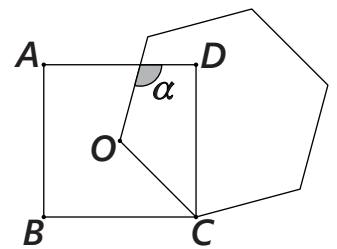


(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 13 (E) 19

08. Um número palíndromo de 3 dígitos tem a forma **ABA**, na qual os dígitos **A** e **B** podem ser iguais ou não. Qual é a soma dos dígitos do maior número palíndromo **ABA** que também é múltiplo de 6?

(A) 16 (B) 18 (C) 20 (D) 21 (E) 24

09. Na figura, temos um quadrado de vértices **A**, **B**, **C** e **D** e um hexágono regular com lado **OC**, sendo **O** centro do quadrado. Qual é o valor de α na figura?



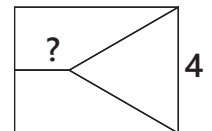
(A) 105° (B) 110° (C) 115° (D) 120° (E) 125°

10. André cercou um terreno retangular com 40 metros de cerca. Ele observou que os lados do terreno medem números primos de metros. Qual é a maior área possível para esse terreno em m^2 ?

(A) 51 (B) 84 (C) 91 (D) 96 (E) 99

Problemas de 4 pontos

11. Um retângulo foi dividido em três regiões de mesma área. Uma das regiões é um triângulo equilátero com 4 cm de lado, e as outras regiões são trapézios, como mostrado. Qual é a medida da base menor dos trapézios?



(A) $\sqrt{2}$ cm (B) $\sqrt{3}$ cm (C) $2\sqrt{2}$ cm (D) 3 cm (E) $2\sqrt{3}$ cm

12. Helena preenche todas as casas do tabuleiro 2×4 com as letras **A**, **B**, **C** e **D**, de modo que cada casa contenha apenas uma letra e, em cada linha e cada quadrado 2×2 do tabuleiro, as quatro letras apareçam exatamente uma vez cada. De quantas maneiras Helena pode preencher o tabuleiro?



(A) 12 (B) 24 (C) 48 (D) 96 (E) 198

13. Sônia tem três cartões circulares de cores diferentes. Primeiro, ela empilha os cartões como na **Figura 1**. Em seguida, ela reorganiza os cartões de modo que os três círculos sejam tangentes dois a dois, como na **Figura 2**. Na **Figura 1**, a área da região preta visível é 7 vezes a área do círculo branco. Qual é a razão entre as áreas das regiões pretas visíveis na **Figura 1** e na **Figura 2**?

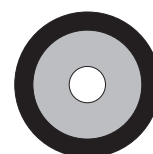


Figura 1

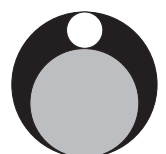


Figura 2

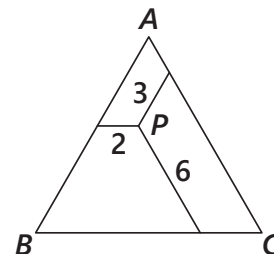
(A) 3 : 1 (B) 4 : 3 (C) 6 : 5 (D) 7 : 6 (E) 9 : 7

14. A neta de Maria nasceu hoje. Dentro de 2 anos, o produto das idades de Maria, sua filha e sua neta será 2024. As idades de Maria e sua filha são números pares. Qual é a idade de Maria hoje?

(A) 42 (B) 44 (C) 46 (D) 48 (E) 50

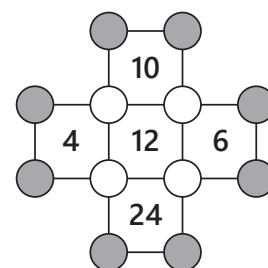
15. A partir de um ponto P , no interior de um triângulo equilátero ABC , são traçados três segmentos paralelos aos lados do triângulo. As medidas desses segmentos são 2 m, 3 m e 6 m, como mostrado. Qual é o perímetro do triângulo?

(A) 22 m (B) 26 m (C) 33 m (D) 39 m (E) 44 m



16. Um número é escrito em cada um dos 12 círculos da figura. O número dentro de cada quadrado é igual ao produto dos números escritos nos círculos dos 4 vértices desse quadrado. Qual é o produto de todos os números escritos nos 8 círculos cinza?

(A) 20 (B) 40 (C) 80 (D) 120 (E) 480



17. Foi colocado um certo número de flores em quatro vasos. O número de flores no 1º vaso é igual ao número de vasos que contêm exatamente uma flor. O número de flores no 2º vaso é igual ao número de vasos que contêm exatamente 2 flores. O número de flores no 3º vaso é igual ao número de vasos que contêm exatamente 3 flores. O número de flores no 4º vaso é igual ao número de vasos que não contêm flores. Quantas flores, ao todo, foram colocadas nos vasos?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

18. Felipe tem n^3 cubinhos iguais, sendo $n > 2$. Ele usou todos os seus cubinhos para construir um cubo maior e pintou todas as faces do cubo maior. O número de cubinhos que tiveram somente uma face pintada é igual ao número de cubinhos que não tiveram face alguma pintada. Qual é o valor de n ?

(A) 4 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 10

19. Cristina tem um conjunto de doze fichas numeradas de 1 a 12. Ela colocou uma ficha em cada um dos oito vértices de um octógono, de tal forma que a soma dos números nas extremidades de qualquer lado do octógono seja múltipla de 3. Quais números ela **NÃO** usou para colocar no octógono?

(A) 1, 5, 9, 12 (B) 3, 5, 7, 9 (C) 1, 2, 11, 12 (D) 5, 6, 7, 8 (E) 3, 6, 9, 12

20. Sejam a e b os números de pontos nas faces de um dado que apareceram voltadas para cima nas duas vezes em que o dado foi rolado. Os números de pontos nas faces vão de 1 a 6. A partir desses números, foi montada a reta $y = ax + b$. Para quantos pares $(a; b)$, o triângulo formado pela reta e pelos eixos coordenados é isósceles?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 6 (E) 12

Problemas de 5 pontos

21. Um número $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ foi escrito como o produto dos seus fatores primos e ficou da seguinte forma, na qual os fatores estão em ordem crescente e com os seus respectivos expoentes:

$$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13^4 \cdot 17 \cdot \text{[borrado]} \cdot 43 \cdot 47$$

Alguns dos fatores primos e expoentes do número na nova forma foram borrados acidentalmente. Qual é o expoente do fator 17?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
22. Carlos diz somente verdades ou somente mentiras em dias alternados. Num certo dia, ele fez exatamente 4 afirmações dentre as 5 apresentadas a seguir. Qual delas **NÃO** pode ter sido feita nesse dia?
- (A) Eu menti ontem e mentirei amanhã.
 (B) Eu estou dizendo a verdade hoje e direi a verdade amanhã.
 (C) 2024 é divisível por 11.
 (D) Ontem foi quarta-feira.
 (E) Amanhã será sábado.
23. A soma dos dígitos do número N é igual ao triplo da soma dos dígitos do número $N + 1$. Qual é a menor soma possível dos dígitos de N ?
- (A) 9 (B) 12 (C) 15 (D) 18 (E) 27
24. Gil tem alguns cubos unitários pintados totalmente de preto, cinza ou branco. Ele usa 27 desses cubos para construir um cubo $3 \times 3 \times 3$ de modo que a superfície desse novo cubo seja $\frac{1}{3}$ preta, $\frac{1}{3}$ cinza e $\frac{1}{3}$ branca. Ele pode usar no mínimo A cubos pretos e, no máximo, B cubos pretos. Qual é o valor de $B - A$?
- (A) 1 (B) 3 (C) 6 (D) 7 (E) 9
25. Ana lançou um dado comum 24 vezes seguidas. Todos os números de 1 a 6 ocorreram pelo menos uma vez. O número 1 ocorreu mais vezes do que qualquer outro número. Ana adicionou todos os números obtidos e chegou à maior soma possível. Qual é essa soma?
- (A) 83 (B) 84 (C) 89 (D) 90 (E) 100
26. Magali andou metade do tempo da sua visita ao parque a uma velocidade média de 2 km/h. Ela andou metade de toda a distância percorrida a uma velocidade média de 3 km/h. O resto do tempo ela andou a uma velocidade média de 4 km/h. Qual fração do tempo total de passeio ela andou à velocidade de 4 km/h?
- (A) $\frac{1}{14}$ (B) $\frac{1}{12}$ (C) $\frac{1}{7}$ (D) $\frac{1}{5}$ (E) $\frac{1}{4}$

27. Alice quer remover alguns dos números inteiros de 1 a 25 e separar os números restantes em dois grupos, de modo que os produtos dos números dos grupos sejam iguais. Qual é o menor número de inteiros que Alice pode remover?
- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8
28. Numa circunferência, existem 20 pontos igualmente espaçados. Davi traça todos os possíveis segmentos de reta ligando 2 desses pontos. Quantos desses segmentos são maiores do que o raio e menores do que o diâmetro dessa circunferência?
- (A) 90 (B) 100 (C) 120 (D) 140 (E) 160
29. Considere n retas distintas no plano, designadas por $\ell_1, \ell_2, \dots, \ell_n$. A reta ℓ_1 intersecta exatamente 5 outras retas, a reta ℓ_2 intersecta exatamente 9 outras retas e a reta ℓ_3 intersecta exatamente 11 outras retas. Qual dos números a seguir é um possível valor mínimo para n ?
- (A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15
30. Considere m e n números inteiros tais que $0 < m < n$. Seja $P = (m, n)$, $Q = (n, m)$, e $O = (0, 0)$. Para quantos pares (m, n) a área do triângulo OPQ é igual a 2024?
- (A) 4 (D) 10
(B) 6 (E) 12
(C) 8

